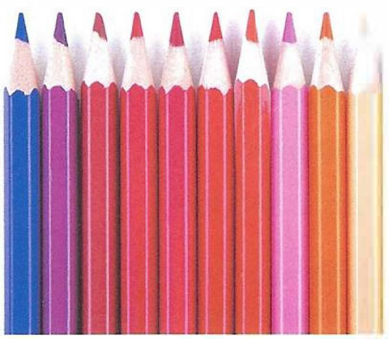
6 Criterios de divisibilidad

Saberes previos

Samuel tiene 18 canicas. ¿Podrá hacer grupos de tres canicas sin que le sobre ninguna?

Analiza

Leonardo quiere separar diez lápices en grupos con igual número en cada uno.



- ¿De qué maneras puede hacerlo?

Conoce

Para separar los diez lápices en grupos iguales, Leonardo puede formar:

Un grupo con diez lápices, dos grupos con cinco lápices en cada uno, cinco grupos con dos lápices en cada uno o diez grupos con un lápiz en cada uno.

Para resolver este problema, se puede hacer uso también de algunas reglas o criterios que indican cuándo un número se puede dividir entre otro sin dejar residuo.

Los **criterios de divisibilidad** permiten determinar cuándo un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

6.1 Divisibilidad por 2, por 5 y por 10

Un número es **divisible por 2** si termina en 0, 2, 4, 6 o en 8.

Un número es **divisible por 5** si termina en 0 o en 5.

Un número es **divisible por 10** si termina en 0.

Cuando entre dos números se establece una relación de divisibilidad, el número mayor es múltiplo del menor y el número menor es divisor del mayor.

Ejemplo 1

Como 45 es múltiplo de 5, entonces 5 es divisor de 45.

Al construir un rectángulo con los números de 1 a 50 (como el de la Tabla 1.9) y marcar con un círculo verde las casillas que contienen números que son divisibles por 2, con un círculo rojo aquellas con números divisibles por 5 y con un círculo azul las que muestran números divisibles por 10, se observan algunos patrones.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Tabla 1.9

- Todos los números que son divisibles entre 10 también son divisibles entre 2 y entre 5. Así, 10, 20, 30, 40, 50... son divisibles a su vez por 2, 5 y 10.
- Ningún número terminado en 5 es divisible ni por 2 ni por 10.
- Si mentalmente se completara el rectángulo hasta 100, se podría afirmar, por ejemplo, que 80 es divisible entre 2, 5 y 10; que ningún número terminado en 7 es divisible ni por 2, ni por 5, ni por 10; que hay 20 números divisibles entre 5, etc.

MATEMÁTICAS © EDICIONES SM

6.2 Divisibilidad por 4, por 25 y por 100

Un número es **divisible por 4** si lo es el número formado por sus dos últimas cifras o si termina en 00.

Un número es **divisible por 25** si lo es el número formado por sus dos últimas cifras o si termina en 00.

Un número es **divisible por 100** si termina en 00.

Ejemplo 2

Para observar algunos patrones con aquellos números que son divisibles entre 4, se puede construir una tabla numérica y tachar las casillas que contienen números que no son divisibles por tal número, siguiendo el criterio correspondiente. Al final, se obtiene la Tabla 1.10.

Si se observa la tabla numérica en forma vertical, se deduce que entre un número y el siguiente hay 20 unidades: 12, 32, 52, 72, 92. Siguiendo ese patrón, es claro que otros números divisibles entre 4 son 112, 132, 152 y 172.

			4				8		
	12				16				20
			24		26		28		
	32				36				40
			44				48		
	52				56				60
			64				68		
	72				76				80
			84				88		
	92				96				100

Tabla 1.10

Ejemplo 3

El número 936 es divisible por 4, ya que sus dos últimas cifras, 36, es divisible entre 4: $36 \div 4 = 9$ y el residuo es 0.

El número 7 225 es divisible por 25, pues sus dos últimas cifras, 25, es divisible por 25: $25 \div 25 = 1$ y el residuo es 0.

6.3 Divisibilidad por 3 y por 9

Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Un número es **divisible por 9** si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

Ejemplo 4

El número 297 es divisible por 3 y por 9, pues la suma de sus cifras es múltiplo de estos:

$$2 + 9 + 7 = 18$$

El número 300 es divisible por 3 pero no es divisible por 9, pues la suma es múltiplo de 3 pero no de 9 :

$$3 + 0 + 0 = 3$$

El número 457 no es divisible ni por 3 ni por 9, pues la suma de sus dígitos no es múltiplo ni de 3 ni de 9:

$$4 + 5 + 7 = 16$$

MATEMÁTICAS © EDICIONES SM

6 Criterios de divisibilidad

6.4 Divisibilidad por 11

Para saber si un número es **divisible por 11**:

1. Se adicionan por separado las cifras que ocupan los lugares pares y las que ocupan los lugares impares.
2. Se calcula la diferencia entre las dos sumas anteriores.
3. Si esa diferencia es 0 o múltiplo de 11, el número inicial es divisible por 11.

Ejemplo 5

Para saber si 5 863 es divisible por 11, primero se identifican las cifras que ocupan las posiciones pares y las que ocupan las posiciones impares de derecha a izquierda.

Posiciones pares: 6 y 5, cuya suma es 11.

Posiciones impares: 3 y 8, que suman 11.

Luego, se calcula la diferencia entre los dos resultados anteriores: $11 - 11 = 0$.
Por lo tanto, 5 863 es divisible por 11.

Ejemplo 6

Determina si 2 289 es divisible por 3, por 9 o por 11.

Al adicionar las cifras del número se obtiene 21, que es múltiplo de 3; entonces, 2 289 es divisible por 3.

De otro lado, como 21 no es múltiplo de 9, el número 2 289 no es divisible por 9.

Por último, al adicionar las cifras de los lugares pares (8 y 2) e impares (9 y 2) se obtiene 10 y 11, respectivamente, cuya diferencia no es ni 0 ni 11. Por tanto, 2 289 no es divisible por 11.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Aplica los criterios de divisibilidad para completar la Tabla 1.11. Señala con una X.

Divisible por	2	3	4	5	9	10	11	25	100
324									
873									
1 110									
1 650									
2 970									
7196									
67925									
57342									
101354									

Tabla 1.11

2 Aplica los criterios de divisibilidad para determinar si:

a. 354 094 es divisible por 4, por 5 o por 9.
b. 763 870 es divisible por 10, por 25 o por 100.
c. 1 234 760 es divisible por 3 o por 9.
d. 536 762 es divisible por 4 o por 10.
e. 234 075 es divisible por 5 o por 25.
f. 123 es divisible por 2, por 3, por 4 o por 5.
g. 243 876 es divisible por 4 o por 9.
h. 6 000 es divisible por 3, por 4, por 10 o por 25.

Razonamiento

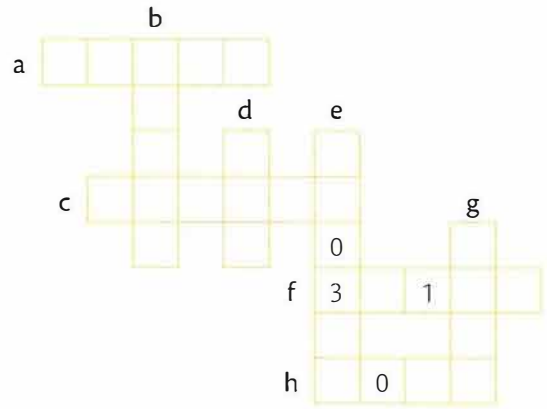
3 Responde. ¿Todo número natural divisible por 4 y por 2 a la vez es divisible por 8?
Da algunos ejemplos que apoyen tu respuesta.

MATEMÁTICAS © EDICIONES SM

 Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Razonamiento

4 Resuelve el siguiente crucinúmero de acuerdo con cada condición.



a. Es divisible por 100, la cifra de sus centenas es 4, la de sus unidades de mil es 2 y la suma de sus cifras es 9.

b. Todas sus cifras son diferentes y cada una es divisible por 2. La cifra de sus centenas es la suma de sus unidades y de sus decenas.

c. Es divisible por 3 y por 9. La cifra de sus centenas de mil y de sus decenas es 3.

d. Está entre 100 y 125, y es divisible por 11.

e. Divisible por 5, la cifra de sus decenas es 1 y la cifra de sus decenas de mil es cuatro veces la cifra de sus centenas de mil.

f. Divisible por 25 y por 10. La suma de sus cifras es 11.

g. Divisible por 5 y por 25. La suma de sus cifras es 13.

h. Divisible por 3 y por 25.

Comunicación

5 Escribe el número que cumple con las condiciones dadas en cada caso.

a. El menor número que es divisible por 3, por 4 y por 5.

b. El menor número que es divisible por 2, por 4, por 11 y por 25.

c. El menor número que es divisible por 3, por 9, por 25 y por 100.

6 Escribe la cifra que falta para que 36 92 sea divisible por 9.

7 Completa el número 652 para que el que obtengas sea divisible por 3 y por 2 a la vez.

8 Elimina un dígito en 5 220 para que el número que resulte sea divisible por 3.

9 Argumenta. ¿Todo número natural que es divisible por 100 es divisible por 4 y por 25 a la vez?

Resolución de problemas

10 Camilo le adiciona 2 700 a un número que está pensando y obtiene un número que es divisible por 4, por 5 y por 10. ¿Qué número está pensando Camilo?

11 El organizador de un concierto está pensando en ubicar filas de sillas de 9, 10 o 25 puestos cada una. Si en total hay 475 sillas, ¿cuál opción debe elegir?

12 Se matricularon 360 estudiantes en un colegio. El rector desea saber si pueden formar grupos de 9, 10, 11 o 25 estudiantes en cada uno de los salón, de tal manera que cada uno quede con la misma cantidad. ¿De cuántos estudiantes puede quedar cada salón?

13 Juan tiene en su bolsillo más de $ 4 500 pero menos de $ 5 500, y además la cantidad de dinero que tiene es divisible por 2, por 10 y por 11. Si se suman todas las cifras de la cantidad de dinero que posee, se obtiene 18. ¿Cuánto dinero tiene Juan?

14 Alberto tiene 125 semillas que quiere sembrar en filas, cada una con la misma cantidad. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

Evaluación del aprendizaje

i Usando una sola vez los dígitos 2, 3 y 5, ¿es posible formar un número de tres cifras que sea divisible por 4 y por 11 a la vez?

ii Juan desea saber cuántos números de tres cifras menores que 200 son divisibles por 3 y están formados por las cifras 1, 2 o 3. ¿Cómo puede hacerlo?

MATEMÁTICAS © EDICIONES SM