

# 4

## Polígonos regulares. Construcción

### Saberes previos

Utiliza pitillos o palitos de 3 cm, 4 cm, 5 cm y 6 cm de longitud para construir diferentes figuras planas. Luego, determina cantidad de lados, vértices y el nombre de cada una de las figuras formadas.

### Analiza

Observa los desarrollos en el plano de la Figura 3.62.

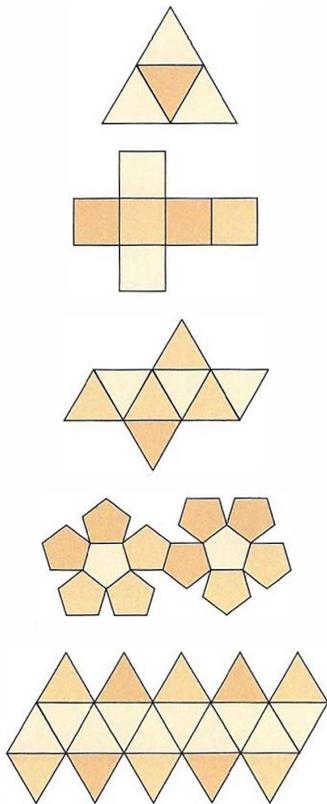


Figura 3.62

• ¿Cuál sólido se construye con cada desarrollo?

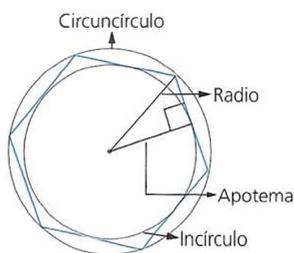


Figura 3.65

### Conoce

En la Figura 3.63 se presentan los sólidos que se construyen, respectivamente, con cada desarrollo en el plano.

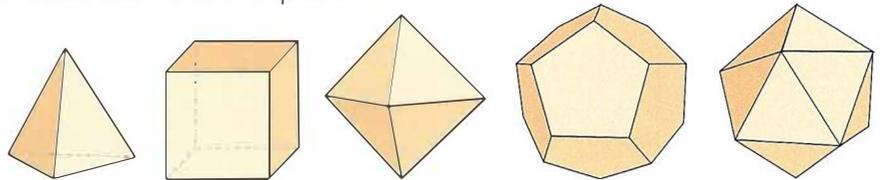


Figura 3.63

Observa que las caras de cada uno de estos sólidos son polígonos congruentes con todos sus lados congruentes y todos sus ángulos de la misma medida.

Un polígono que tiene todos sus lados congruentes y todos sus ángulos también congruentes se denomina **polígono regular**.

### 4.1 Elementos de un polígono regular

Los elementos que se identifican en un polígono regular son los siguientes.

- **Centro:** punto que equidista de los vértices.
- **Radio:** cualquier segmento que une el centro con un vértice.
- **Apotema:** cualquier segmento que une el centro con el punto medio de un lado.
- **Ángulo central:** cualquier ángulo determinado por dos radios.

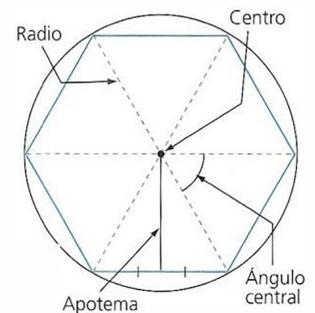


Figura 3.64

A todo polígono regular se le puede dibujar su **circunferencia circunscrita**, cuyo centro coincide con el del polígono y pasa por sus vértices. En este caso, se dice que el polígono está inscrito en la circunferencia.

El polígono de la Figura 3.65 está circunscrito. La circunferencia "interior" se llama inscrita (a veces también "incírculo"), y toca cada lado del polígono en el punto medio. Mientras el radio de la circunferencia circunscrita es el radio del polígono, el radio de la circunferencia inscrita es la apotema del polígono.

### Ejemplo 1

En la Figura 3.66 se muestran algunos polígonos regulares. Cada uno de ellos se ha circunscrito.

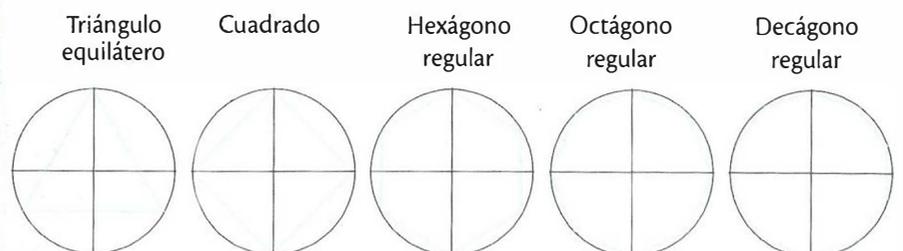


Figura 3.66

### 4.2 Construcción de polígonos regulares

La construcción de polígonos regulares se puede realizar conociendo el radio de la circunferencia circunscrita o el lado del polígono.

Para **construir polígonos regulares** a partir del radio de la circunferencia circunscrita, se divide esta en el mismo número de partes como lados tenga el polígono y se unen los puntos de división de la circunferencia.

#### Ejemplo 2

Observa el procedimiento para construir un octágono regular inscrito en una circunferencia de 1,5 cm de radio.

1. Se construye una circunferencia de 1,5 cm de radio.

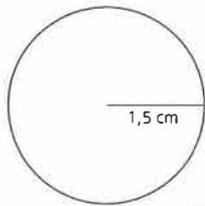


Figura 3.67

2. Se dibujan dos diámetros perpendiculares.

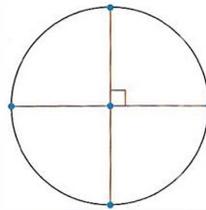


Figura 3.68

3. Se trazan las bisectrices de los ángulos que forman los diámetros.

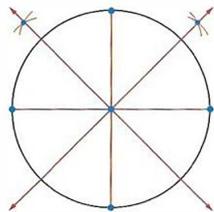


Figura 3.69

4. Se unen los puntos de corte de los diámetros y las bisectrices con la circunferencia.

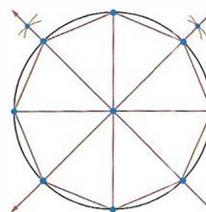


Figura 3.70

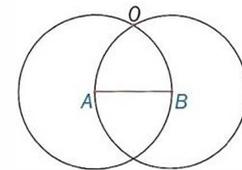


Figura 3.71

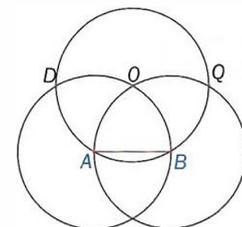


Figura 3.72

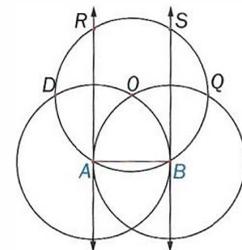


Figura 3.73

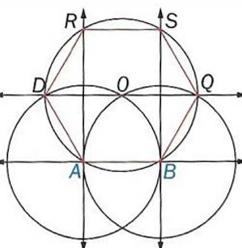


Figura 3.74

El hexágono regular es el único polígono que cumple que la medida de su lado es igual a la medida del radio de la circunferencia circunscrita.

#### Ejemplo 3

Para construir un hexágono regular de lado  $\overline{AB}$ , se pueden llevar a cabo los siguientes pasos.

1. Con un radio  $\overline{AB}$  se trazan dos circunferencias con centro A y B. Se toma uno de los puntos de corte, que se llamará O. Ese es el centro del hexágono (Figura 3.71).

2. Se traza la circunferencia de centro O y de radio  $\overline{OA}$ . Se obtienen los puntos D y Q como cortes de las circunferencias anteriores (Figura 3.72).

3. Se construyen rectas perpendiculares al segmento AB por A y por B. Se marcan con R y S los puntos de corte de las rectas y la circunferencia (Figura 3.73).

4. Uniendo los puntos A, B, Q, S, R, D y A se obtiene el hexágono regular buscado (Figura 3.74).

**Ejemplo 4**

Observa un procedimiento para construir un heptágono regular cuyo lado mida 1,5 cm.

1. Se construye un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 1,5 cm de radio.
2. Se dibuja la mediatriz del lado  $\overline{AB}$  y se divide el radio  $\overline{OM}$  en seis partes iguales.

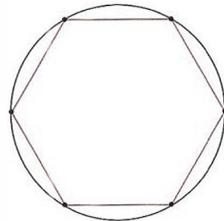


Figura 3.75

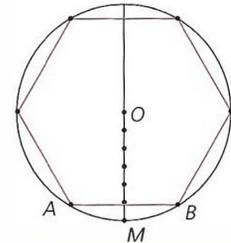


Figura 3.76

3. Se toma la medida de una parte y se traslada sobre la mediatriz siete veces.
4. Se traza la circunferencia cuyo centro es el punto 7, y sobre ella se lleva la medida del lado  $\overline{AB}$ .

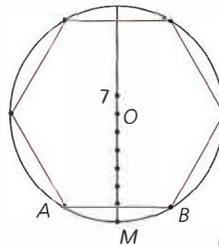


Figura 3.77

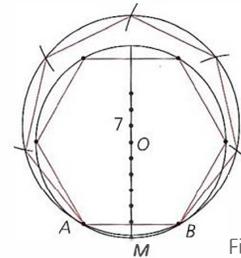
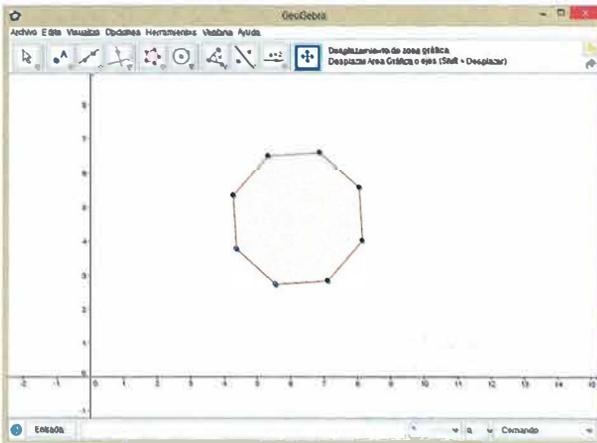


Figura 3.78

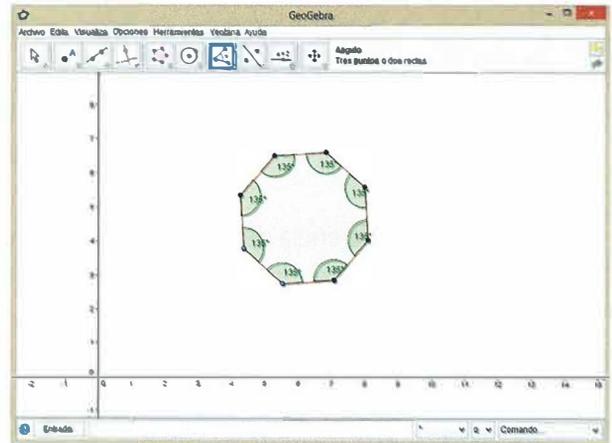
**Matemáticas**

**Mide los ángulos interiores de un polígono regular**

Abre GeoGebra, ve al botón y selecciona *Polígono regular*. Ubica dos puntos no muy lejanos uno de otro. En la caja de texto que aparece indica el número de lados del polígono que quieres construir. Para este caso, se ha construido un octágono.



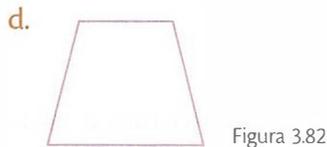
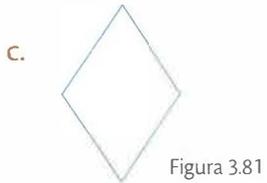
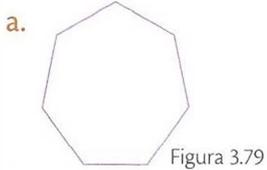
Selecciona el botón y elige la opción *Ángulo*. Para determinar la medida de cada uno de los ángulos interiores, haz clic en cada tema de vértices consecutivos en el sentido de las manecillas del reloj. Cuando hagas el último de los tres clic, aparece la medida de cada ángulo.



Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1 Determina cuáles de los polígonos que se presentan a continuación son regulares.



Ejercitación

2 Construye los siguientes polígonos regulares a partir de las características enunciadas.

- a. Un decágono regular de 80 mm de lado.
- b. Un hexágono regular de 6 cm de lado.
- c. Un octágono regular de 7 cm de lado.

Razonamiento

3 Responde las preguntas.

- a. ¿Cuáles son los polígonos regulares cuyos lados son paralelos dos a dos? Explica.
- b. ¿Cuánto mide el lado de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio?

4 Investiga el procedimiento para encontrar la circunferencia circunscrita de un triángulo equilátero. Luego, construye la circunferencia circunscrita de un triángulo equilátero de 7 cm de lado.

5 La finca de Alfredo tiene un terreno hexagonal regular cuyo lado mide 3 m. Si Alfredo desea dividir el terreno en seis partes iguales, ¿de qué manera puede hacerlo?

Comunicación

6 Construye un octágono regular en una circunferencia circunscrita de 8 cm de diámetro. Une con segmentos los vértices no consecutivos del octágono. La figura que obtienes de este modo, ¿es regular?

7 Julián realiza el siguiente proceso.

- Utilizando el compás, toma la medida del radio de la circunferencia con centro en  $O$  (Figura 3.83).
- Sin modificar la abertura del compás y haciendo centro en  $P$ , traza un arco que corta la circunferencia. Nombra con  $Q$  el punto de corte.
- Repite varias veces el paso anterior, con centro en cada punto de corte, hasta que el último punto marcado coincide con  $P$ .
- Une cada par de puntos consecutivos trazando segmentos.

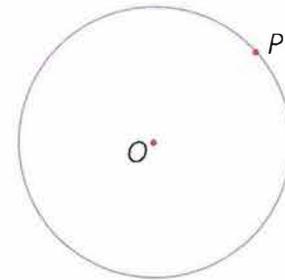


Figura 3.83

¿Cómo se llama la figura obtenida por Julián al trazar los segmentos?

Evaluación del aprendizaje

- i Dibuja un octágono regular de 3,5 cm de lado.
  - a. ¿Cuántos centímetros mide el radio de la circunferencia circunscrita?
  - b. ¿Cómo construirías un cuadrado a partir del octágono regular?

**Educación para la sexualidad y la ciudadanía**

El cuerpo es el territorio de cada persona y sobre él se tiene pleno derecho. Es un deber quererlo, cuidarlo y respetarlo. Construye dos polígonos regulares, en uno escribe cómo cuidas tu cuerpo y en el otro situaciones en las que ejerces derecho sobre él.